

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος  $(O, R)$  με διάμετρο  $AB$  και δυο ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  εφαπτόμενες του κύκλου στα άκρα της διαμέτρου  $AB$ . Έστω ότι, μια τρίτη ευθεία  $\varepsilon$  εφάπτεται του κύκλου σ' ένα σημείο του  $E$  και τέμνει τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στα  $\Delta$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα.

α) Αν το σημείο  $E$  δεν είναι το μέσο του τόξου  $AB$ , να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)

ii.  $\Gamma\Delta = A\Delta + B\Gamma$ . (Μονάδες 8)

β) Αν το σημείο  $E$  βρίσκεται στο μέσον του τόξου  $AB$ , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $A\Delta\Gamma B$  είναι ορθογώνιο. Στην περίπτωση αυτή να εκφράσετε την περίμετρο του ορθογωνίου  $A\Delta\Gamma B$  ως συνάρτηση της ακτίνας  $R$  του κύκλου.

(Μονάδες 9)