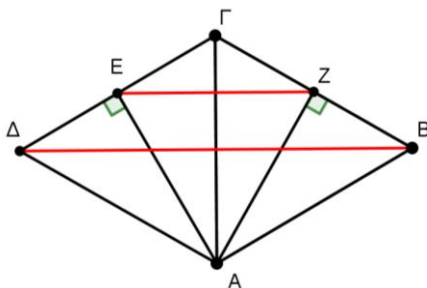


α) i. Επειδή οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του, είναι $\widehat{E\Gamma A} = \widehat{A\Gamma Z} = 60^\circ$. Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $A\Gamma B$ είναι ισοσκελή και έχουν μια γωνία 60° , άρα είναι ισόπλευρα.

Τα ύψη AE , AZ στα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και διάμεσοί του, οπότε τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών $\Gamma\Delta$ και ΓB αντίστοιχα.



ii. Επειδή το EZ ενώνει τα μέσα των πλευρών $\Gamma\Delta$ και ΓB του τριγώνου $\Gamma\Delta B$, θα είναι παράλληλο στην τρίτη πλευρά του τριγώνου, δηλαδή $EZ \parallel B\Delta$. Και αφού $A\Gamma \perp B\Delta$ (οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα) θα είναι και $A\Gamma \perp EZ$.

β) Το MN ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο $A\Delta B$, άρα $MN \parallel \frac{\Delta B}{2}$ (1).

Επίσης, στο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$, είναι $EZ \parallel \frac{\Delta B}{2}$ (2). Από τις (1), (2) προκύπτει ότι $EZ \parallel MN$ άρα το $EMNZ$ είναι παραλληλόγραμμο.

Στο τρίγωνο $A\Gamma B$, το ZN ενώνει τα μέσα των $B\Gamma$ και BA άρα $ZN \parallel A\Gamma$. Επίσης $EZ \perp A\Gamma$ οπότε $ZN \perp EZ$, δηλαδή $\widehat{EZN} = 90^\circ$. Άρα το παραλληλόγραμμο $EMNZ$ είναι ορθογώνιο.

