

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τις αποστάσεις των απέναντι πλευρών του BE, BZ (δηλ. $BE \perp A\Delta$ και $BZ \perp \Gamma\Delta$).

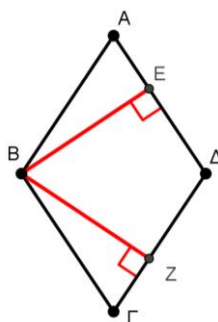
α) Απόδειξη πρότασης Π1:

Υποθέτουμε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.

Τα τρίγωνα AEB και $B\Gamma Z$ είναι ορθογώνια και έχουν:

- $AB = B\Gamma$, ως πλευρές του ρόμβου
- $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, ως απέναντι γωνίες του ρόμβου.

Άρα τα τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα. Οπότε οι αντίστοιχες πλευρές τους BE και BZ θα είναι ίσες ($BE = BZ$). Δηλαδή οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του ρόμβου είναι ίσες.



Απόδειξη πρότασης Π2:

Υποθέτουμε ότι οι αποστάσεις BE, BZ είναι ίσες.

Τα τρίγωνα AEB και $B\Gamma Z$ είναι ορθογώνια και έχουν:

- $BE = BZ$, από υπόθεση
- $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, ως απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα (μία κάθετη και μία οξεία γωνία ίσες μία προς μία). Οπότε θα είναι και οι υποτείνουσές τους ίσες, δηλαδή $AB = B\Gamma$.

Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες, οπότε είναι ρόμβος.

β) Ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, αν και μόνο αν, οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του είναι ίσες.