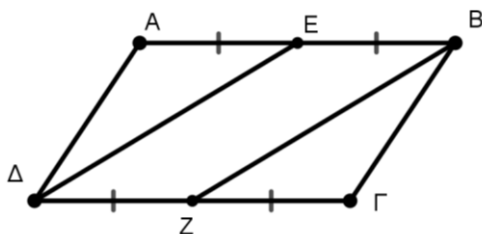


**α) Απόδειξη ισχυρισμού 1**

$$\Delta Z = \frac{\Delta \Gamma}{2} = \frac{AB}{2} = EB \text{ και } \Delta Z \parallel EB \text{ (ως τμήματα των παραλλήλων } AB \text{ και } \Delta\Gamma).$$

Άρα το τετράπλευρο ΔΕΒΖ έχει δύο απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες, άρα είναι παραλληλόγραμμο.



**Απόδειξη ισχυρισμού 2**

Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΖΓ έχουν:

- $AD = BG$ , ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου
- $AE = \frac{AB}{2} = \frac{\Delta\Gamma}{2} = Z\Gamma$
- $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ , ως απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου.

Σύμφωνα με το κριτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα είναι ίσα.

**β) Ισχυρισμός 3**

Έστω ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΖΓ είναι ισοσκελή. Τότε θα ισχύει  $AD = AE = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow AB = 2AD$ . Και αντιστρόφως, αν  $AB=2AD$ , τότε  $AD=AE$ , οπότε τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΖΓ θα είναι ισοσκελή. Άρα τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΖΓ είναι ισοσκελή αν και μόνο αν η μία πλευρά του παραλληλογράμμου είναι διπλάσια της άλλης.