

α) Τα τρίγωνα ΑΟΛ και ΒΟΚ έχουν:

- $OA = OB = \rho_2$
- $OK = OL = \rho_1$
- \widehat{O} κοινή γωνία

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα ΑΟΛ και ΒΟΚ είναι ίσα. Άρα θα έχουν ίσες και τις τρίτες πλευρές τους, δηλαδή $AL = BK$.

β) Επειδή $OA = OB$, το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές, οπότε $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$ γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου (1).

Επίσης $\widehat{OAL} = \widehat{OKB}$ (από την ισότητα των τριγώνων ΑΟΛ και ΒΟΚ) (2).

$\widehat{OAB} - \widehat{OAL} = \widehat{OBA} - \widehat{OKB} \Rightarrow \widehat{PAB} = \widehat{PBA}$ (ίσες ως διαφορές ίσων γωνιών). Άρα το τρίγωνο ΡΑΒ έχει δύο γωνίες ίσες οπότε είναι ισοσκελές με βάση την ΑΒ και ίσες πλευρές τις ΡΑ και ΡΒ.

γ) Τα τρίγωνα ΟΡΑ και ΟΡΒ έχουν:

- $OA = OB = \rho_2$
- ΟΡ κοινή πλευρά
- $PA = PB$ (ΑΡΒ ισοσκελές τρίγωνο, β) ερώτημα)

Από το κριτήριο ΠΠΠ τα τρίγωνα ΟΡΑ και ΟΡΒ είναι ίσα. Άρα θα έχουν ίσες και τις γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΡΑ και ΡΒ αντίστοιχα. Δηλαδή $\widehat{AOP} = \widehat{BOP}$, επομένως η ΟΡ είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{XOY} .