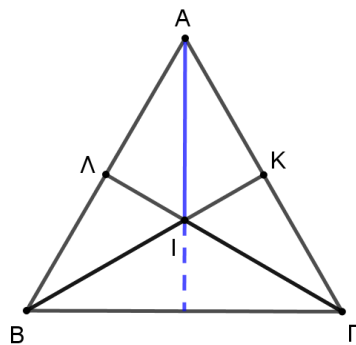
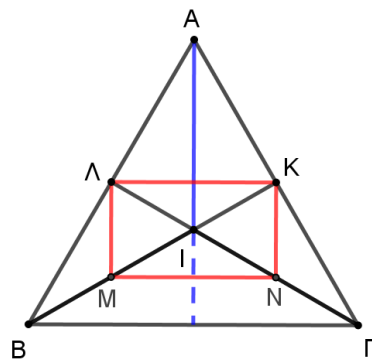


α)



Επειδή στο σημείο I τέμνονται τα ύψη BK και ΛΓ του τριγώνου ABΓ, το I είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου οπότε το AI θα βρίσκεται στο φορέα του 3^{ου} ύψους και επειδή το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, κάθε ύψος είναι και διάμεσος, άρα η προέκταση του AI θα διχοτομεί την πλευρά BΓ.

β)



Στο τρίγωνο ABΓ τα Λ, Κ είναι τα μέσα των AB και ΑΓ οπότε $ΛΚ // ΒΓ = \frac{ΒΓ}{2}$ (1). Στο

τρίγωνο IBΓ τα Μ, Ν είναι τα μέσα των IB και IG οπότε $ΜΝ // ΒΓ = \frac{ΒΓ}{2}$ (2). Από τις

σχέσεις (1) και (2) έχουμε ότι $ΛΚ // ΜΝ$, άρα το ΜΛΚΝ είναι παραλληλόγραμμο.

Στο τρίγωνο ABI το ευθύγραμμο τμήμα ΛΜ ενώνει τα μέσα των πλευρών AB και BI οπότε $ΛΜ // AI$.

Το AI βρίσκεται στο φορέα του 3^{ου} ύψους (α) ερώτημα) άρα $AI \perp BΓ$ και επειδή $BΓ // ΛΚ$ από τη σχέση (1), θα είναι $AI \perp ΛΚ$.

Άρα το τμήμα ΛΜ θα είναι κάθετο στο τμήμα ΛΚ. Επομένως $\widehat{ΜΛΚ} = 90^\circ$ οπότε το παραλληλόγραμμο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο γιατί έχει 1 γωνία ορθή.