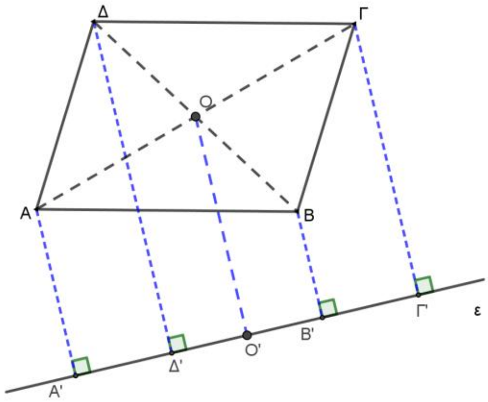
α) Είναι ΑΑ’//ΒΒ’//ΓΓ’//ΔΔ’//ΟΟ’ ως κάθετα τμήματα στην ίδια ευθεία ε.



Η ευθεία ε δεν είναι παράλληλη στη διαγώνιο ΑΓ γιατί:

- Έστω ότι ε//ΑΓ

Τότε επειδή επιπλέον έχουμε ότι ΑΑ’//ΓΓ’, το ΑΑ’Γ’Γ θα είναι παραλληλόγραμμο και επομένως ΑΑ’=ΓΓ’ ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου. Όμως ΑΑ’=3 ≠ 5=ΓΓ’ , άτοπο.

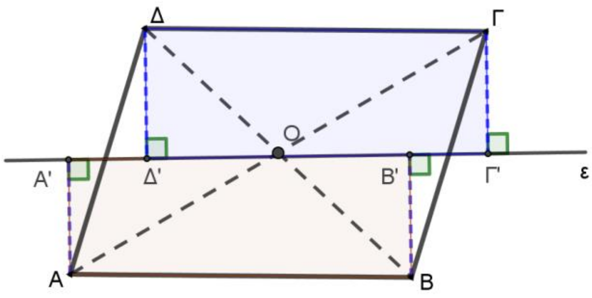
i. Από την παραλληλία ΑΑ΄ και ΓΓ΄ το ΑΑ΄Γ΄Γ είναι τραπέζιο με διάμεσο το ΟΟ΄. Άρα ΟΟ΄= $\frac{ΑΑ'+ΓΓ'}{2}=\frac{3+5}{2}=4$.

ii. Η ευθεία ε δεν είναι παράλληλη ούτε στη διαγώνιο ΒΔ, γιατί αν ήταν, τότε όπως προηγουμένως θα είχαμε ότι το ΒΟΟ’Β’ είναι παραλληλόγραμμο, επομένως ΒΒ’=ΟΟ’ , άτοπο γιατί ΒΒ’=2 ≠ 4=ΟΟ’.

Από την παραλληλία ΒΒ’ και ΔΔ’, το ΒΒ΄Δ΄Δ είναι τραπέζιο με διάμεσο το ΟΟ’. Άρα

ΟΟ΄= $\frac{ΒΒ'+ΔΔ'}{2}$ ⇔ 4 = $\frac{2+ΔΔ'}{2}$ ⇔ 8 = 2 + ΔΔ΄ ⇔ ΔΔ΄= 6.

β)



Αν η ε είναι παράλληλη στις ΑΒ και ΓΔ και διέρχεται από το κέντρο Ο, τότε η ε θα είναι μεσοπαράλληλη των ΑΒ, ΓΔ. Οπότε τα τετράπλευρα ΑΑ΄Β΄Β και ΔΔ΄Γ΄Γ επειδή έχουν τις απέναντι πλευρές τους παράλληλες θα είναι παραλληλόγραμμα με μία ορθή γωνία οπότε είναι ορθογώνια.

Τα τρίγωνα ΟΑΑ΄ και ΟΓΓ΄ είναι ορθογώνια και έχουν ΟΑ=ΟΓ γιατί το Ο είναι το κέντρο του ΑΒΓΔ και $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{O}}\mathrm{A}' = \Gamma\widehat{\mathrm{O}}\Gamma'$ ως κατακορυφήν γωνίες. Οπότε είναι ίσα γιατί έχουν υποτείνουσες ίσες και μία οξεία γωνία ίση. Άρα ΑΑ΄=ΓΓ΄ και επειδή ΑΑ΄=ΒΒ΄ και ΓΓ΄=ΔΔ΄ ως απέναντι πλευρές των ορθογωνίων ΑΑ΄Β΄Β και ΓΓ΄Δ΄Δ, συμπεραίνουμε ότι ΑΑ΄ = ΒΒ΄= ΓΓ΄= ΔΔ΄.