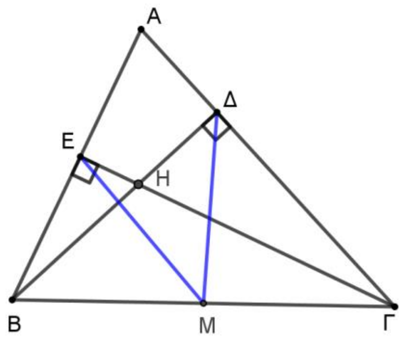
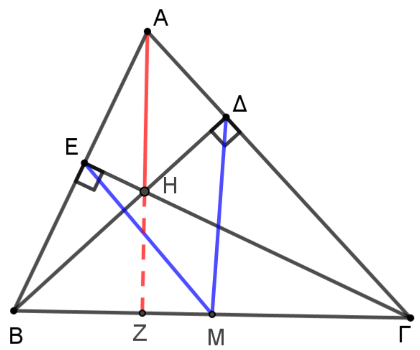
Τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ είναι ύψη του τριγώνου ΑΒΓ, άρα ΒΔ⊥ΑΒ και ΓΕ⊥ΑΓ. Επομένως $B\hat{E}\Gamma = B\hat{\Delta}\Gamma = 90°$.

α) i.



Στα ορθογώνια τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ τα τμήματα ΜΕ, ΜΔ είναι διάμεσοι που αντιστοιχούν στην κοινή υποτείνουσα ΒΓ των δύο τριγώνων. Οπότε ΜΔ = $\frac{B\Gamma}{2}$ και ΜΕ = $\frac{B\Gamma}{2}$, άρα ΜΔ = ΜΕ.

ii.



Επειδή τα δύο ύψη ΒΔ και ΓΕ του τριγώνου ΑΒΓ τέμνονται στο Η, το Η είναι το ορθόκεντρό του. Οπότε το ΑΗ προεκτεινόμενο θα τέμνει τη ΒΓ σε σημείο Ζ και το τμήμα ΑΖ είναι το τρίτο ύψος του τριγώνου. Άρα η ΑΗ τέμνει κάθετα τη ΒΓ.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΗΔ για τις οξείες γωνίες του ισχύει ότι:

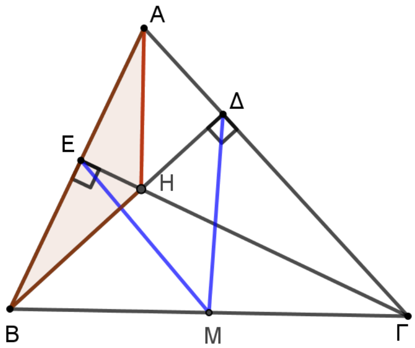
$A\hat{H}\Delta + H\hat{A}\Delta = 90^o \Leftrightarrow A\hat{H}\Delta = 90^o - H\hat{A}\Delta$ (1)

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΖΓ για τις οξείες γωνίες του ισχύει ότι:

$\hat{\Gamma} + Z\hat{A}\Gamma = 90^o \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 90^o - Z\hat{A}\Gamma \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 90^o - H\hat{A}\Delta$ (2)

Από τις (1), (2) βρίσκουμε $A\hat{H}\Delta = \hat{\Gamma}$.

β)



Στο τρίγωνο ΑΒΗ το ύψος στην ΑΒ είναι το ΗΕ και το ύψος στην ΒΗ είναι το ΑΔ οι φορείς των οποίων τέμνονται στο Γ. Άρα το σημείο Γ είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΗ.