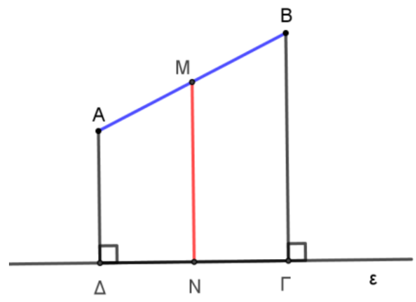
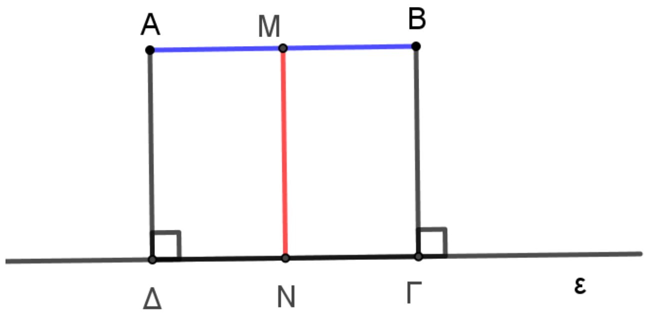
α) Επειδή ΑΔ $\perp$ ε και ΒΓ $\perp$ ε, τα τμήματα ΑΔ και ΒΓ είναι κάθετα στην ίδια ευθεία οπότε είναι μεταξύ τους παράλληλα. Δηλαδή ΑΔ // ΒΓ .

i) 1) Αν ΑΔ < ΒΓ, τότε ΑΔ $\neq$ ΒΓ άρα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ δεν είναι παραλληλόγραμμο οπότε έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες και είναι τραπέζιο.



2) Αν ΑΔ = ΒΓ, τότε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Επειδή $\widehat{\Delta} = 90^{o}$ (ΑΔ$\perp$ε), είναι τελικά ορθογώνιο.

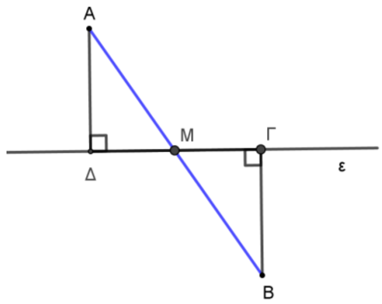


ii) 1) Όταν το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο, τότε το ΜΝ είναι διάμεσός του, άρα

ΜΝ = $\frac{\mathrm{A\Delta+B\Gamma}}{2}$.

2) Όταν το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο, τότε και τα ΑΜΝΔ, ΜΝΓΒ είναι ορθογώνια. Γιατί ΑΜ=ΔΝ ίσα και παράλληλα ως μισά των ίσων πλευρών ΑΒ και ΔΓ. Ομοίως ΜΒ=//ΝΓ και τότε ΜΝ = ΑΔ = ΒΓ.

β) Αν η (ε) τέμνει το ΑΒ στο μέσο του Μ, τότε:



Τα τρίγωνα ΑΔΜ και ΜΒΓ έχουν:

- $\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 90°$

- $AM = MB$, διότι Μ μέσο της ΑΒ
- $A\widehat{M}\Delta = B\widehat{M}\Gamma$, ως κατακορυφήν.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση. Οπότε θα έχουν ίσες και τις άλλες κάθετες πλευρές τους, δηλαδή ΑΔ=ΒΓ. Τότε το τετράπλευρο ΑΓΒΔ θα είναι παραλληλόγραμμο αφού δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες.

Επειδή $AM > M\Delta$

και $MB > M\Gamma$ θα είναι

$AM+MB>M\Delta+M\Gamma \Leftrightarrow AB > \Gamma\Delta$. Άρα το ΑΓΒΔ δεν έχει ίσες διαγώνιες οπότε δεν είναι ορθογώνιο. Επειδή οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούνται, τα μέσα Μ και Ν των ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα ταυτίζονται.