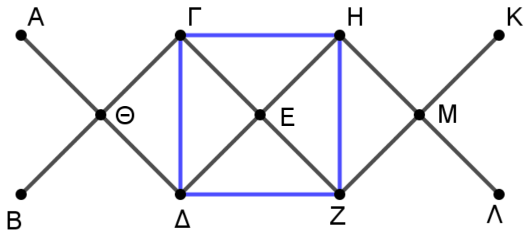
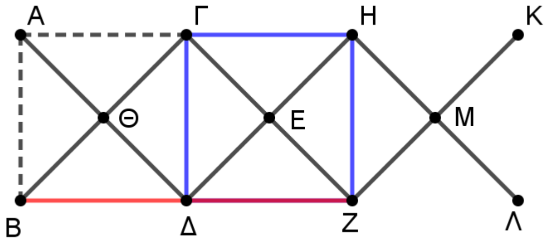
**α)**



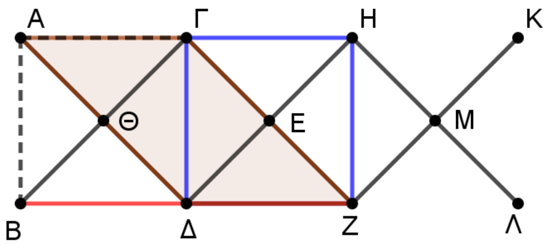

Επειδή ΓΕ = ΕΖ και ΕΗ = ΔΕ, αφού Ε μέσο των ΓΖ και ΔΗ, στο τετράπλευρο ΓΗΖΔ οι διαγώνιες του διχοτομούνται και είναι ίσες, άρα είναι ορθογώνιο.

**β)**




Επειδή ΘΑ = ΘΔ και ΘΓ = ΘΒ, αφού Θ μέσο των ΑΔ και ΒΓ, στο τετράπλευρο ΑΒΔΓ οι διαγώνιες του διχοτομούνται και είναι ίσες, άρα είναι ορθογώνιο, οπότε $B\widehat{\Delta}\Gamma = 90^{o}$. Επίσης το ΓΗΖΔ είναι ορθογώνιο από το α) ερώτημα, οπότε $\Gamma\widehat{\Delta}Z = 90^{o}$. Τότε $B\widehat{\Delta}Z = B\widehat{\Delta}\Gamma + \Gamma\widehat{\Delta}Z = 180^{o}$, οπότε τα σημεία Β, Δ, Ζ είναι συνευθειακά.

**γ)**




Από το ορθογώνιο ΑΓΔΒ συμπεραίνουμε ότι ΑΓ//ΒΔ οπότε και ΑΓ//ΔΖ αφού Β, Δ, Ζ συνευθειακά σημεία ( **β)** ερώτημα). Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΓΔΖ έχουν:

- $A\widehat{\Gamma}\Delta = \Gamma\widehat{\Delta}Z = 90°$ (ΑΒΔΓ και ΓΗΖΔ ορθογώνια παραλληλόγραμμα)
- ΓΔ κοινή πλευρά,
- ΑΔ = ΓΖ, από υπόθεση

Άρα τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΓΔΖ είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία κάθετη πλευρά ίση. Οπότε και οι άλλες κάθετες πλευρές τους θα είναι ίσες, δηλαδή ΑΓ = ΔΖ. Τελικά, το ΑΓΖΔ έχει τις απέναντι πλευρές του ΑΓ και ΔΖ ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο.