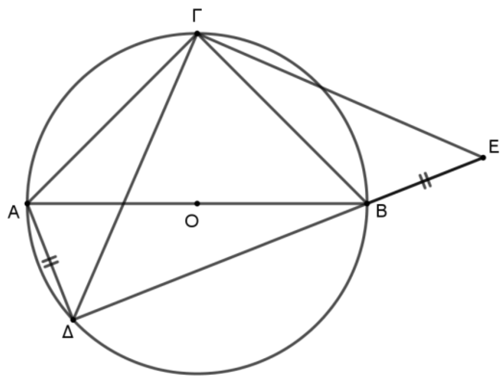


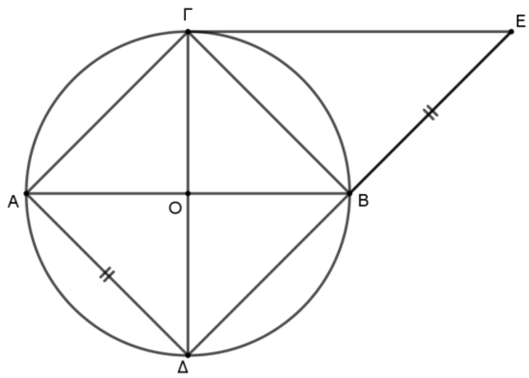
α) i. Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ έχουν:

- ΑΔ = ΒΕ, από υπόθεση
- ΑΓ = ΓΒ ως ίσες χορδές των ίσων τόξων ΑΓ και ΓΒ αφού το Γ είναι μέσο του τόξου ΑΒ.
- $\Gamma\hat{A}\Delta = \Gamma\hat{B}E$, διότι το τετράπλευρο ΑΔΒΓ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο κέντρου Ο και κάθε εξωτερική γωνία του ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του τετραπλεύρου.

Σύμφωνα με το κριτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα είναι ίσα.

ii. Επειδή τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα, προκύπτει ότι $A\hat{\Gamma}\Delta = B\hat{\Gamma}E$ γιατί είναι γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΕ αντίστοιχα. Τότε: $\Delta\hat{\Gamma}E = \Delta\hat{\Gamma}B + B\hat{\Gamma}E = \Delta\hat{\Gamma}B + A\hat{\Gamma}\Delta = A\hat{\Gamma}B$. Όμως $A\hat{\Gamma}B = 90^o$, γιατί είναι εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο. Άρα $\Gamma\Delta \perp \Gamma E$.

β)



Όταν το Δ είναι αντιδιαμετρικό του Γ, τότε από το **α)ii.** ερώτημα είδαμε ότι $\Gamma\Delta\perp\Gamma E$ ή $O\Gamma\perp\Gamma E$ αφού ΓΔ διάμετρος και ΟΓ ακτίνα του κύκλου. Δηλαδή για την ακτίνα ΟΓ ισχύει ότι είναι κάθετη στο τμήμα ΓΕ, οπότε η ΓΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου.