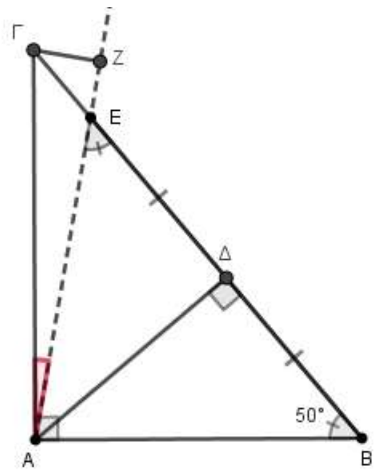
α)



i. Αφού για το σημείο Ε ισχύει ΔΕ = ΒΔ (υπόθεση), άρα το Δ είναι μέσο του τμήματος ΒΕ. Στο τρίγωνο ΒΑΕ το ΑΔ είναι ύψος και διάμεσος. Οπότε το τρίγωνο ΕΑΒ είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις ΑΒ και ΑΕ.

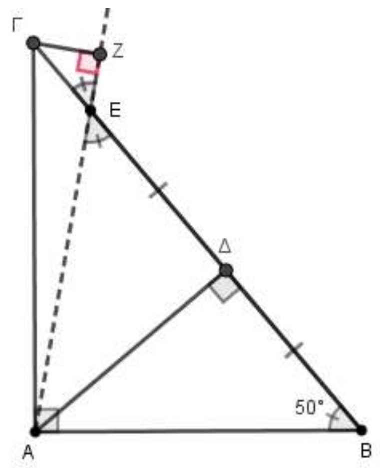
ii. Επειδή το τρίγωνο ΒΑΕ είναι ισοσκελές με βάση το ΒΕ οπότε οι γωνίες της βάσης θα είναι ίσες, δηλαδή $A\hat{E}B = \hat{B} = 50^o$.

Για τις γωνίες του τριγώνου ΒΑΕ ισχύει $E\hat{A}B + A\hat{E}B + \hat{B} = 180^o$ και αφού $A\hat{E}B = \hat{B} = 50^o$ άρα και $E\hat{A}B + 2 \cdot 50^o = 180^o$, οπότε $E\hat{A}B = 180^o - 100^o = 80^o$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$\Gamma\hat{A}E + E\hat{A}B = 90^o$ και αφού $E\hat{A}B = 80^o$ τότε θα ισχύει $\Gamma\hat{A}E + 80^o = 90^o$, άρα $\Gamma\hat{A}E = 10^o$.

β)



Ισχύει ότι $\Gamma\hat{E}Z = A\hat{E}B = 50^o$ ως κατακορυφήν γωνίες. Επειδή $\Gamma\hat{Z}E = 90^o$, γιατί $\Gamma Z \perp AZ$ λόγω της προβολής του σημείου Γ στην ΑΕ, το τρίγωνο ΓΖΕ είναι ορθογώνιο οπότε οι οξείες γωνίες του είναι συμπληρωματικές, δηλαδή

$\Gamma\hat{E}Z + E\hat{\Gamma}Z = 90^o \Leftrightarrow 50^o + E\hat{\Gamma}Z = 90^o$ οπότε $E\hat{\Gamma}Z = 40^o$.