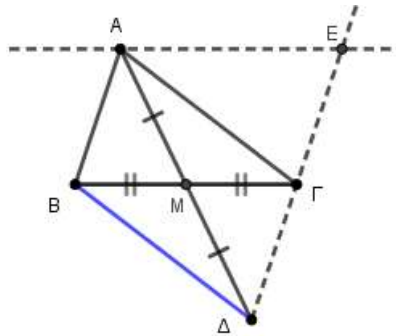


Έστω τρίγωνο ABΓ με $AB < AG$, M μέσο της BΓ, Δ σημείο στην προέκταση της AM προς το M τέτοιο ώστε $MD=MA$, E το σημείο τομής της ΔΓ με ευθεία που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στη BΓ.



α) Φέρνουμε το τμήμα BΔ. Επειδή έχουμε $MG = BM$ αφού το M είναι το μέσο της πλευράς BΓ και $MA = MD$ από την υπόθεση, τότε το τετράπλευρο ABΔΓ είναι παραλληλόγραμμο γιατί οι διαγώνιοί του AΔ και BΓ διχοτομούνται.

β) Έχουμε ότι η ευθεία AE είναι παράλληλη στην BΓ, οπότε και τα τμήματα AE και BΓ είναι παράλληλα.

Από το α) ερώτημα έχουμε ότι το ABΔΓ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε οι απέναντι πλευρές του AB και ΓΔ είναι παράλληλες. Άρα και τα τμήματα AB και ΓE είναι παράλληλα.

Συνεπώς, το τετράπλευρο ABΓE είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει τις απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

Επειδή $AE = BΓ$, ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ABΓE, ισχύει ότι

$$BM = \frac{BΓ}{2} = \frac{AE}{2}.$$