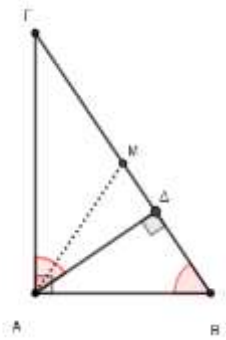
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\widehat{A}$ = 90ο και $\widehat{B}$ >$\widehat{\Gamma}$, ΑΔ το ύψος του προς στην ΒΓ και ΑΜ διάμεσός του στην πλευρά ΒΓ.

α)



Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ($\widehat{A}$ = 90ο) ισχύει ότι:

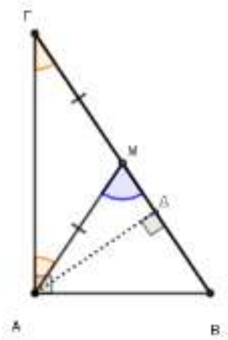
$\widehat{B}$ + $\widehat{\Gamma}$ = 90ο ή $\widehat{B}$ = 90ο – $\widehat{\Gamma}$ (1)

Αφού ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ τότε Α$\widehat{\Delta}$Γ=90^0, οπότε το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ορθογώνιο.

Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΔΓ ισχύει ότι:

Γ$\widehat{A}$Δ + $\widehat{\Gamma}$ = 90ο ή Γ$\widehat{A}$Δ = 90ο – $\widehat{\Gamma}$ (2). Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $\widehat{B}$ = Γ$\widehat{A}$Δ.

β)



Αφού η ΑΜ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, τότε θα είναι ΑΜ = $\frac{\mathrm{B\Gamma}}{2}$ = ΜΓ, αφού Μ μέσο της ΒΓ.

Αφού ΑΜ=ΜΓ τότε το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές γιατί έχει δυο πλευρές του ίσες, οπότε $\widehat{\Gamma}$ = Μ$\widehat{A}$Γ (3) ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ΑΓ.

Στο τρίγωνο ΑΜΔ η γωνία Α$\widehat{M}$Δ είναι εξωτερική της γωνίας Α$\widehat{M}$Γ του τριγώνου ΑΜΓ, οπότε θα είναι ίση με το άθροισμα των απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου, δηλαδή Α$\widehat{M}$Δ = Μ$\widehat{A}$Γ + $\widehat{\Gamma}$ και αφού είναι $\widehat{\Gamma}$ = Μ$\widehat{A}$Γ (σχέση (3)), τότε θα είναι

Α$\widehat{M}$Δ = $\widehat{\Gamma}$ + $\widehat{\Gamma}$ ή Α$\widehat{M}$Δ = 2$\widehat{\Gamma}$.