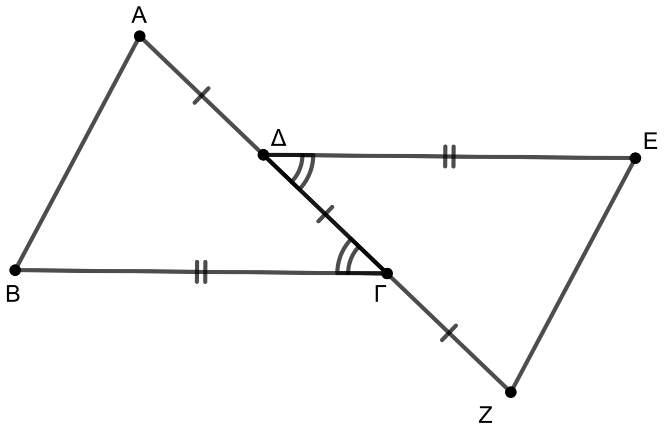
ΛΥΣΗ

α)



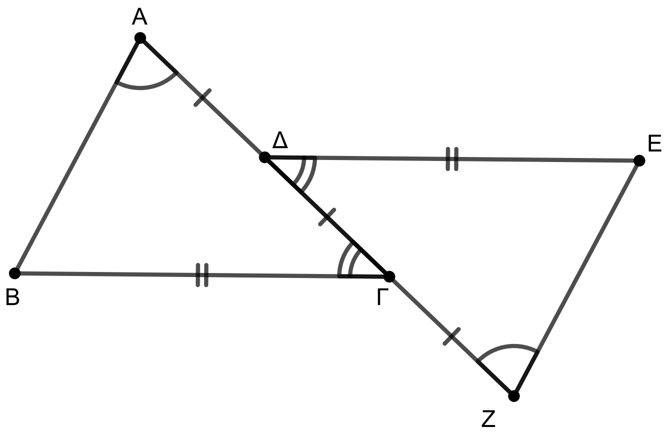
Για το τμήμα ΔΖ έχουμε: ΔΖ = ΔΓ + ΓΖ = 2ΔΓ. Όμως το Δ είναι το μέσο του ΑΓ, άρα 2ΔΓ =ΑΓ, οπότε θα είναι ΔΖ = ΑΓ (1).

Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΕΔ έχουν:

- ΒΓ = ΔΕ, από την υπόθεση
- ΑΓ = ΔΖ, από τη σχέση (1)
- $A\widehat{\Gamma}B = Z\widehat{\Delta}E$, ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΒΓ και ΔΕ που τέμνονται από την ΔΓ.

Άρα είναι ίσα γιατί έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές αυτές ίσες από το κριτήριο ΠΓΠ.

β)



Από την ισότητα των τριγώνων ΑΒΓ και ΖΕΔ, προκύπτει ότι $B\widehat{A}\Gamma = E\widehat{Z}\Delta$ γιατί είναι γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΒΓ και ΕΔ αντίστοιχα. Όμως, είναι γωνίες εντός εναλλάξ των ΑΒ και ΕΖ που τέμνονται από την ΑΖ, άρα ΑΒ // ΕΖ.