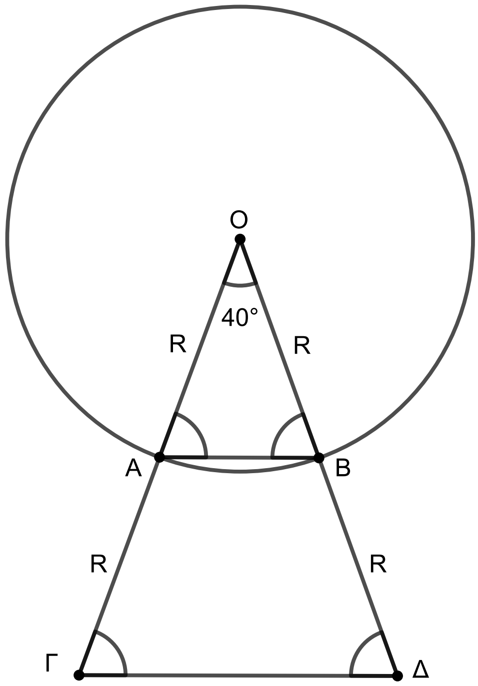
ΛΥΣΗ

Σε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα R θεωρούμε επίκεντρη γωνία $A\widehat{O}B = 40^o$. Προεκτείνουμε τις ακτίνες ΟΑ και ΟΒ κατά τμήματα ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα, έτσι ώστε $ΑΓ = ΟΑ$ και $ΒΔ = ΟΒ$.



α) Το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές, αφού οι πλευρές ΟΑ και ΟΒ είναι ίσες με την ακτίνα R.

Επομένως, οι γωνίες $O\widehat{A}B$ και $O\widehat{B}A$ θα είναι ίσες ως προσκείμενες στη βάση ΑΒ.

Στο τρίγωνο ΟΑΒ ισχύει:

$\widehat{O} + O\widehat{A}B + O\widehat{B}A = 180^o$ ή $40^o + 2O\widehat{A}B = 180^o$ ή $2O\widehat{A}B = 140^o$.

Άρα, $O\widehat{A}B = 70^o$ και $O\widehat{B}A = 70^o$.

β) Τα τμήματα ΟΓ και ΟΔ είναι ίσα ως αθροίσματα ίσων τμημάτων, αφού $ΟΓ = ΟΑ + ΑΓ = 2R$ και $ΟΔ = ΟΒ + ΒΔ = 2R$. Επομένως, το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές με βάση ΓΔ.

Στο τρίγωνο ΟΓΔ ισχύει:

$\widehat{O} + O\widehat{Γ}Δ + O\widehat{Δ}Γ = 180^o$ ή $40^o + 2O\widehat{Γ}Δ = 180^o$ ή $2O\widehat{Γ}Δ = 140^o$.

Άρα, $O\widehat{Γ}Δ = 70^o$ και $O\widehat{Δ}Γ = 70^o$.

γ) Οι ΑΒ και ΓΔ τέμνονται από την ΑΓ και σχηματίζουν τις εκτός εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες τους $O\widehat{A}B$ και $O\widehat{Γ}Δ$ ίσες. Επομένως, $AB//ΓΔ$.