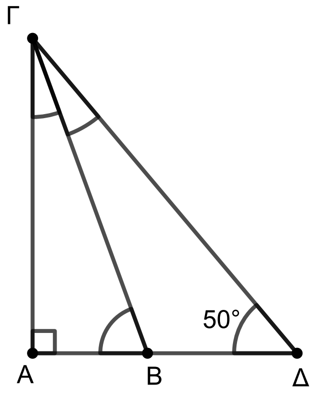
ΛΥΣΗ

α)



Σύμφωνα με την υπόθεση είναι $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} + 50^{o}$.

Για τις οξείες γωνίες $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma$ και $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B}$ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ισχύει:

$\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma + \mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = 90^{o}$ ή $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} + 50^{o} + \mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = 90^{o}$ ή $2\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = 40^{o}$.

Άρα, $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = 20^{o}$ κι επομένως $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = 20^{o} + 50^{o} = 70^{o}$.

β) Η γωνία $\Delta\hat{\mathrm{B}}\mathrm{A}$ είναι ευθεία, οπότε:

$\Delta\hat{\mathrm{B}}\Gamma + \Gamma\hat{\mathrm{B}}\mathrm{A} = 180^{o}$ ή $\Delta\hat{\mathrm{B}}\Gamma + 70^{o} = 180^{o}$.

Άρα, $\Delta\hat{\mathrm{B}}\Gamma = 180^{o} - 70^{o} = 110^{o}$.

Στο τρίγωνο ΔΒΓ ισχύει:

$\Gamma\hat{\Delta}\mathrm{B} + \Delta\hat{\mathrm{B}}\Gamma + \mathrm{B}\hat{\Gamma}\Delta = 180^{o}$ ή $50^{o} + 110^{o} + \mathrm{B}\hat{\Gamma}\Delta = 180^{o}$.

Άρα, $\mathrm{B}\hat{\Gamma}\Delta = 180^{o} - 50^{o} - 110^{o} = 20^{o}$.

Αφού $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = \mathrm{B}\hat{\Gamma}\Delta = 20^{o}$, συμπεραίνουμε ότι η ΓΒ είναι διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\Delta$.