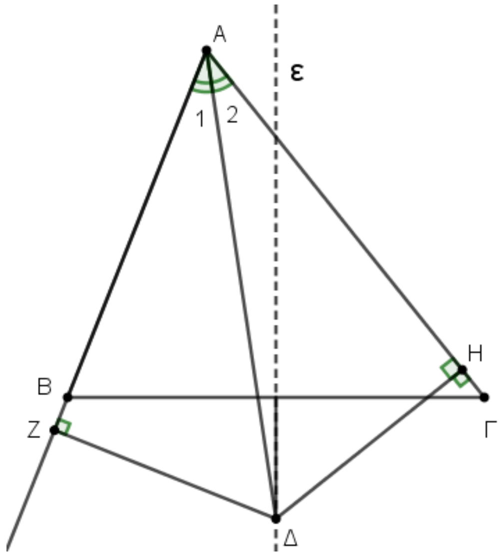


α) Τα τρίγωνα ΑΖΔ και ΑΗΔ έχουν:

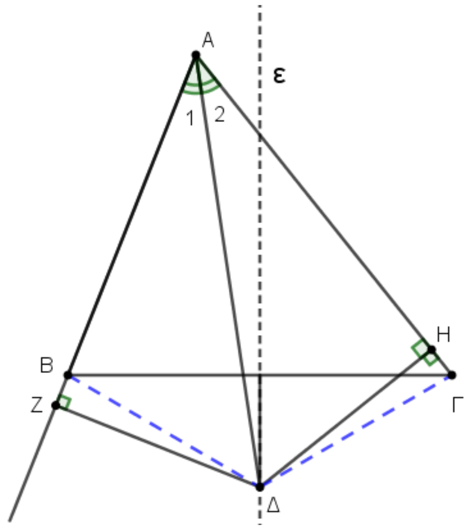
ΑΔ κοινή πλευρά,

$\widehat{\mathrm{A}}_1 = \widehat{\mathrm{A}}_2$, επειδή ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α.

$\mathrm{A}\widehat{\mathrm{Z}}\Delta = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{H}}\Delta$ = 90^o, επειδή οι ΔΖ, ΔΗ είναι κάθετες στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΖΔ και ΑΗΔ είναι ίσα, επειδή έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία.

β) Φέρνουμε τις ΔΒ, ΔΓ. Επειδή το Δ ανήκει στην μεσοκάθετο της ΒΓ θα ισαπέχει από τα Β και Γ, άρα ΒΔ = ΓΔ (1).



Τα τρίγωνα ΒΖΔ και ΓΗΔ έχουν:

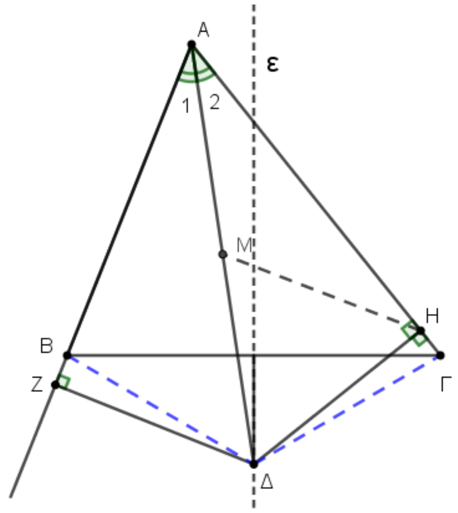
$\mathrm{A}\widehat{\mathrm{Z}}\Delta = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{H}}\Delta$ = 90^o, επειδή οι ΔΖ, ΔΗ είναι κάθετες στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

ΒΔ = ΓΔ, από (1).

ΔΖ = ΗΔ (2), επειδή είναι πλευρές των ίσων τριγώνων ΑΖΔ και ΑΗΔ, που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{A}}_1, \widehat{\mathrm{A}}_2$ αντίστοιχα.

Τα τρίγωνα είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια με μία κάθετη πλευρά και υποτείνουσα αντίστοιχα ίσες μία προς μία. Άρα, ΖΒ = ΗΓ.

γ) Έστω ότι η γωνία Α = 60^o και το Μ είναι μέσο της ΑΔ. Τότε θα έχουμε ότι η γωνία $Α_2 = 30^o$.



Στο ορθογώνιο ΑΔΗ, η γωνία $Α_2 = 30^o$, οπότε η απέναντι κάθετος ΗΔ = $\frac{ΑΔ}{2}$ (3).

Στο ορθογώνιο ΑΗΔ, η ΗΜ είναι διάμεσος προς την υποτείνουσα, οπότε θα είναι

ΗΜ = $\frac{ΑΔ}{2}$ (4).

Από (3) και (4) συμπεραίνουμε ότι ΗΜ = ΗΔ (5).

Από (5) και (2) έχουμε ότι ΗΜ = ΔΖ.