

ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα $ΜΒΔ$ και $ΜΓΕ$ έχουν:

- $ΜΒ = ΜΓ$, το $Μ$ είναι μέσο της $ΒΓ$
- $ΒΔ = ΓΕ$, από υπόθεση
- $Μ\hat{B}Δ = Μ\hat{Γ}Ε$, ως παραπληρωματικές των ίσων γωνιών $Β$ και $Γ$

άρα τα τρίγωνα $ΜΒΔ$ και $ΜΓΕ$ είναι ίσα (ΠΓΠ).

β) Λόγω του (α) είναι $ΜΔ = ΜΕ$, γιατί βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $Μ\hat{B}Δ$ και $Μ\hat{Γ}Ε$ των ίσων τριγώνων $ΜΒΔ$ και $ΜΓΕ$ αντίστοιχα. Επομένως το τρίγωνο $ΜΔΕ$ είναι ισοσκελές, οπότε οι γωνίες της βάσης του $ΜΔΕ$ και $ΜΕΔ$ είναι ίσες.

γ) Στο ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ η $ΑΜ$ είναι διάμεσος άρα και διχοτόμος.

Επίσης $ΑΔ = ΑΒ + ΒΔ$ και $ΑΕ = ΑΓ + ΓΕ$, οπότε $ΑΔ = ΑΕ$ ως άθροισμα ίσων τμημάτων.

Έτσι στο ισοσκελές τρίγωνο $ΑΔΕ$, η $ΑΖ$ ως διχοτόμος θα είναι και ύψος.

Άρα η $ΑΖ$ είναι κάθετη στην $ΔΕ$.