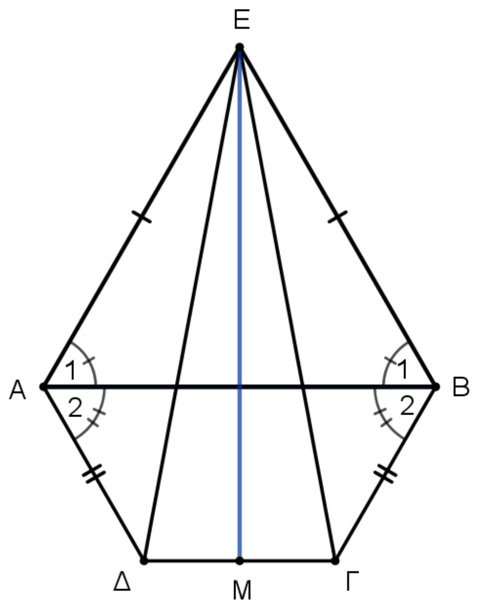
Έστω ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΒ>ΓΔ και Μ το μέσο της βάσης ΓΔ. Επομένως, ΑΔ=ΒΓ (1) και $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$ (2) (ως προσκείμενες στη βάση ΑΒ). Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τραπεζίου ΑΒΓΔ ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΕ με βάση ΑΒ. Οπότε ΑΕ=ΒΕ (3) και $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (4) (ως προσκείμενες στη βάση ΑΒ).



α) Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΕΓ έχουν:

ΑΔ=ΒΓ από (1)

ΑΕ=ΒΕ από (3)

$E\widehat{A}\Delta = E\widehat{B}\Gamma$ ως αθροίσματα ίσων γωνιών ($E\widehat{A}\Delta = \widehat{A}_1+\widehat{A}_2$, $E\widehat{B}\Gamma = \widehat{B}_1+\widehat{B}_2$ με $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$, $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$).

Επομένως, είναι ίσα αφού έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (Π-Γ-Π).

β) Από την ισότητα των τριγώνων ΑΕΔ και ΒΕΓ προκύπτει ότι ΕΔ=ΕΓ (5) (ως πλευρές απέναντι από τις ίσες γωνίες $E\widehat{A}\Delta$ και $E\widehat{B}\Gamma$ αντίστοιχα) και $A\widehat{E}\Delta = B\widehat{E}\Gamma$ (6) (ως γωνίες απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα).

Από την ισότητα (5) συμπεραίνουμε ότι το τρίγωνο ΕΔΓ είναι ισοσκελές με βάση ΓΔ, οπότε η διάμεσος ΕΜ (το Μ είναι μέσο της πλευράς ΓΔ) είναι διχοτόμος της γωνίας $\Delta\widehat{E}\Gamma$. Επομένως, $\Delta\widehat{E}M = \Gamma\widehat{E}M$ (7). Προσθέτοντας τις σχέσεις (6) και (7) κατά μέλη προκύπτει ότι $A\widehat{E}\Delta + \Delta\widehat{E}M = B\widehat{E}\Gamma + \Gamma\widehat{E}M$ και άρα $A\widehat{E}M = B\widehat{E}M$. Επομένως, η διάμεσος ΕΜ του τριγώνου ΕΔΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{E}B$.