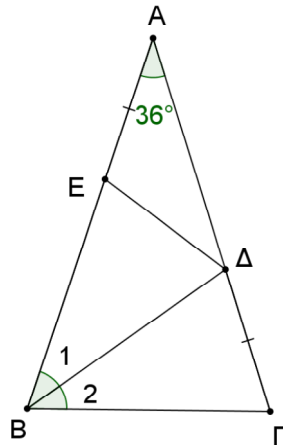


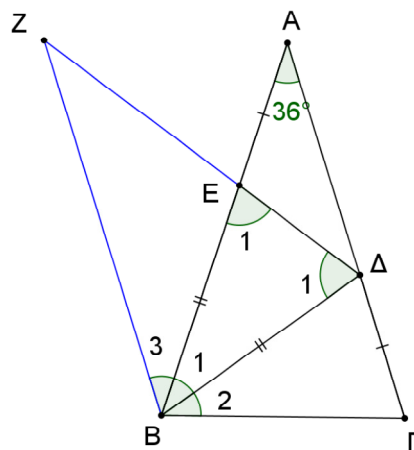
α) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση ΒΓ, οπότε οι προσκείμενες στη βάση γωνίες του είναι ίσες, δηλαδή  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$  (1). Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ, το δεδομένο  $\hat{A} = 36^\circ$  και τη σχέση (1) προκύπτει ότι  $36^\circ + \hat{B} + \hat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{B} = 144^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 72^\circ$ .



Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{B}$ , άρα  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$  (2). Από το δεδομένο  $\hat{A} = 36^\circ$  και τη σχέση (2) είναι  $\hat{A} = \hat{B}_1$ , άρα το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές γιατί έχει δύο ίσες γωνίες. Οπότε, απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}_1$  βρίσκονται ίσες πλευρές αντίστοιχα, δηλαδή  $ΒΔ = ΑΔ$  (3).

β) Από τα δεδομένα έχουμε  $ΑΒ = ΑΓ$  και  $ΑΕ = ΓΔ$ . Με αφαίρεση κατά μέλη είναι  $ΑΒ - ΑΕ = ΑΓ - ΓΔ$ , δηλαδή  $ΒΕ = ΑΔ$  (4). Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι  $ΒΔ = ΒΕ$ , άρα το τρίγωνο ΒΔΕ είναι ισοσκελές.

γ) Έστω ΒΖ η παράλληλη στην ΑΓ που τέμνει την προέκταση της ΔΕ (προς το Ε) στο Ζ.



Από το β) ερώτημα έχουμε ότι το τρίγωνο ΒΔΕ είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές ΒΔ και ΒΕ, οπότε οι προσκείμενες γωνίες στη βάση ΔΕ του είναι ίσες, δηλαδή  $\hat{\Delta}_1 = \hat{E}_1$  (5). Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΒΔΕ έχουμε ότι  $\hat{B}_1 + \hat{\Delta}_1 + \hat{E}_1 = 180^\circ$  και επειδή είναι  $\hat{\Delta}_1 = \hat{E}_1$  και από τη σχέση (4) θα έχουμε ότι  $36^\circ + \hat{\Delta}_1 + \hat{\Delta}_1 = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\Delta}_1 = 144^\circ \Leftrightarrow \hat{\Delta}_1 = 72^\circ$  (6).

Αφού ΒΖ, ΑΓ είναι παράλληλες με τέμνουσα την ΑΒ, τότε είναι  $\hat{B}_3 = \hat{A}$  ως εντός εναλλάξ γωνίες. Αφού είναι  $\hat{A} = 36^\circ$  από δεδομένα και  $\hat{B}_3 = \hat{A}$  θα είναι  $\hat{B}_3 = 36^\circ$ . Είναι  $\Delta\hat{B}Z = \hat{B}_1 + \hat{B}_3 = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$  (7), όπου  $\hat{B}_1 = 36^\circ$  από την (2).

Από τις σχέσεις (6) και (7) θα είναι  $\hat{\Delta}_1 = \Delta\hat{B}Z$ , άρα το τρίγωνο ΒΔΖ είναι ισοσκελές γιατί έχει δύο γωνίες ίσες.