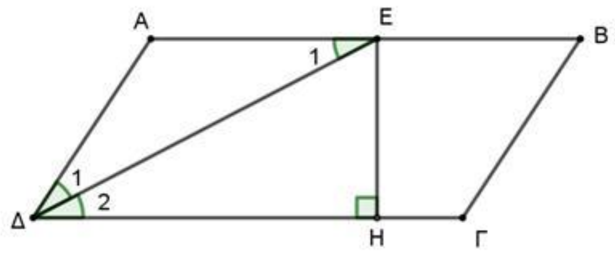
α) Επειδή η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας Δ έχουμε ότι $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Delta}_2$.

Όμως $\widehat{\Delta}_2 = \widehat{E}_1$ ως εντός εναλλάξ γωνίες των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΔΕ, οπότε $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{E}_1$. Άρα το τρίγωνο ΔΑΕ είναι ισοσκελές οπότε ΑΔ = ΑΕ.

Επειδή το Ε είναι μέσο του ΑΒ έχουμε ΑΒ = 2ΑΕ = 2ΑΔ.

β)

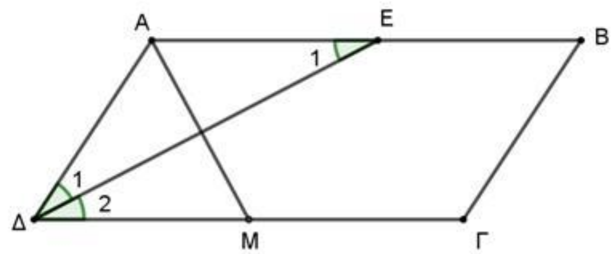


Οι γωνίες Α και Δ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΑΔ, οπότε είναι παραπληρωματικές δηλαδή $\widehat{A} + \widehat{\Delta} = 180°$ και επειδή $\widehat{A} = 120°$ έχουμε $\widehat{\Delta} = 60°$.

Επειδή η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας Δ προκύπτει $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Delta}_2$= 30°.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΗ έχουμε $\widehat{\Delta}_2$= 30°, οπότε η απέναντι κάθετη πλευρά ΕΗ είναι το μισό της υποτείνουσας ΔΕ, δηλαδή γωνία ΕΗ = $\frac{\Delta E}{2} \Rightarrow \frac{\Delta E}{EH} = 2$

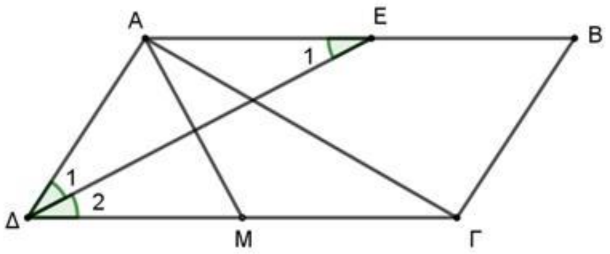
γ)



Από το ερώτημα (α) έχουμε ΑΒ = 2 ΑΔ και ΑΒ = ΔΓ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, οπότε ΔΓ = 2 ΑΔ (1). Επειδή το Μ είναι μέσο του ΔΓ, έχουμε ΔΓ = 2 ΔΜ (2). Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε ΑΔ = ΔΜ.

Άρα το τρίγωνο ΑΔΜ είναι ισοσκελές και επειδή η γωνία Δ είναι 60° το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

δ)



Επειδή το τρίγωνο ΜΑΔ είναι ισόπλευρο έχουμε ΑΜ = ΜΔ = $\frac{\Delta\Gamma}{2}$.

Στο τρίγωνο ΔΑΓ η ΑΜ είναι διάμεσος και ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο ΔΑΓ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την ΔΓ, οπότε η $\Delta\widehat{\mathrm{A}}\Gamma = 90°$.