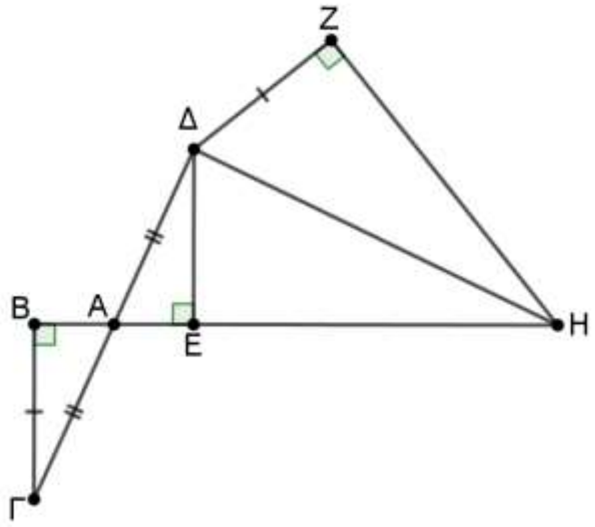

α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ.

Είναι ορθογώνια με $\mathrm{A\hat{B}\Gamma}$ και $\mathrm{\Delta\hat{E}A}$ ορθές,

ΑΓ = ΑΔ ίσες από υπόθεση,

$\mathrm{B\hat{A}\Gamma} = \mathrm{\Delta\hat{A}E}$ ως κατακορυφήν.

Άρα, τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι ίσα γιατί έχουν ίσες τις υποτείνουσές τους και δύο οξείες γωνίες. Επομένως, ΒΓ = ΔΕ γιατί βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\mathrm{B\hat{A}\Gamma}$ και $\mathrm{\Delta\hat{A}E}$ των ίσων τριγώνων.

β) Άρα, λόγω της υπόθεσης ΒΓ = ΔΖ, θα είναι και ΔΕ = ΔΖ. Επομένως το Δ έχει ίσες αποστάσεις από τις πλευρές της γωνίας $\mathrm{E\hat{H}Z}$, ΖΗ και ΗΕ, άρα θα είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας $\mathrm{E\hat{H}Z}$. Δηλαδή η ΔΗ είναι διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{E\hat{H}Z}$.

γ) Οι $\mathrm{A\hat{\Delta}E}$ και $\mathrm{\Delta\hat{A}E}$ είναι συμπληρωματικές, ως οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΕΔ.

Ομοίως, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΗ, οι γωνίες $\mathrm{\Delta\hat{H}E}$ και $\mathrm{\Delta\hat{A}E}$ είναι συμπληρωματικές.

Άρα, $\mathrm{A\hat{\Delta}E} = \mathrm{\Delta\hat{H}E}$, ως συμπληρωματικές της $\mathrm{\Delta\hat{A}E}$.

Όμως, από το β΄ η ΔΗ είναι διχοτόμος της $\mathrm{E\hat{H}Z}$, άρα $\mathrm{\Delta\hat{H}E} = \frac{\mathrm{E\hat{H}Z}}{2}$. Συνεπώς, $\mathrm{A\hat{\Delta}E} = \frac{\mathrm{E\hat{H}Z}}{2}$.